INF 101, structures de données et algos

Séance 9/10 : arbres en tous genres

Arbre couvrant minimum (MST en anglais : Minimum Spanning Tree)

Arbre des plus courts chemins : on choisit une racine et on prend à chaque fois les poids minimum pour rejoindre chaque nœud

Arbre couvrant minimum : total des poids pour rejoindre les nœuds est le plus bas, pas forcément à chaque fois entre racine et nœud.

Arbres connexes, sous-graphes, arbres et forêts

Exemple d’application :

A – 3B, 5C, 11D, 9E

B – 3A, 3C, 9D, 8E

C – 5A, 3B, 10E

D – 11A, 9B, 7E

E – 9A, 8B, 10C, 7D

La CC à la base est 1A, 2B, 3C, 4D, 5E.

On va faire d’abord AB car il coûte 3 et on donne 1 à ce sous-graphe.

On fait ensuite BC car il coûte 3 et on donne encore 1 à ce sous-graphe.

On fait ensuite AC car il coûte 3 MAIS on ne le fait pas car ça créerait un cycle.

On fait ensuite DE car il coûte 7 et on donne 4 à ce sous-graphe.

Le CC est ici 1A, 1B, 1C, 4D, 4E.

En fait c’est légèrement différent : ça sera 3A, 3B, 3C, 5D, 5E car c’est x qui héritera de CC[y] et non l’inverse. Mais ça ne change rien au résultat.

On fait ensuite BE car il coûte 8 et on donne 1 à tout le sous-graphe, c’est-à-dire ABCDE.

Le MST est donc ({A,B},{A,C},{B,E},{D,E})

On voit ensuite l’algorithme de Prim (qui tient bien son nom des Primes : on regarde à chaque fois la meilleure prime pour tous les chemins accessibles depuis le sous-graphe déjà vu : cf tableau du cours évolutif en fonction des avancées, un peu comme une exploration).

Exemple :